

৩.৪.৪. গড় বিচলনৰ ব্যৱহাৰ :

গড় বিচলনে মানক বিচলন সহজে বুজি উঠাত সহায় কৰে। বিভিন্ন বাণিজ্যিক সমস্যাৰ সমাধান কাৰ্যত ইয়াৰ ব্যৱহাৰ উল্লেখযোগ্য। আৰ্থ ব্যৱসায় তথা সামাজিক পৰিঘটনাবোৰৰ পৰিসাংখ্যিক বিশ্লেষণত গড় বিচলনে সহায় কৰে। অৱশ্যে ইয়াৰ ব্যৱহাৰ সৰু বিভাজনৰ ক্ষেত্ৰতহে বেছি সুবিধাজনক।

৩.৫. মানক বিচলন (Standard deviation)

১৮৯৩ চনত কাৰ্ল পিয়াৰছনে (Karl Pearson)য়ে মানক বিচলনৰ ধাৰণা আগবঢ়াইছিল। ই হৈছে বিচ্ছুৰণ নিৰ্ণয়ৰ বহুলভাৱে ব্যৱহৃত পৰিমাণ। ইয়াৰ নিৰ্ণয়ৰ বাবে সদায় গাণিতিক মাধ্যৰ সহায় লোৱা হয়।

কোনো এক বিভাজনৰ গাণিতিক মাধ্যৰ পৰা বিচ্ছুৰণৰ বৰ্গসমূহৰ গাণিতিক মাধ্য আৰু ইয়াৰ ধনাত্মক বৰ্গমূলক মানক বিচলন (Standard deviation) বোলা হয়। ইয়াক গ্ৰীক σ (ছিগমা) আখৰেৰে সূচোৱা হয়। অৰ্থাৎ সৰল অৰ্থত বিচলনৰ বৰ্গৰ মাধ্যৰ ধনাত্মক বৰ্গমূল (Root mean square deviation)ক মানক বিচলন বুলিব পাৰি।

৩.৫.১. মানক বিচলনৰ বৈশিষ্ট্যসমূহ

- মানক বিচলন বিভাজনটোৰ আটাইবোৰ আবেক্ষণৰ ওপৰত নিৰ্ভৰশীল।
- ই এক নিৰ্ভৰশীল পৰিমাণ, কিয়নো বিচ্ছুৰণবোৰৰ বৰ্গৰ ফলত ইয়াত থকা আঁসোৱাহ দূৰ হয়।
- প্ৰতিদৰ্শকজ তাৰতম্যৰ দ্বাৰা ই বেছি প্ৰভাৱিত নহয়।
- মানক ক্ৰটি নিৰ্ণয়ত ই সহায় কৰে।

৩.৫.২. মানক বিচলন নিৰ্ণয়

- নিৰ্দিষ্ট মানৰ শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত : (পৰোক্ষ পদ্ধতি)
- শ্ৰেণীটো গাণিতিক মাধ্য নিৰ্ণয় কৰা $\left(\bar{X} = \frac{\sum X}{N}\right)$ ।
- মাধ্য (\bar{X}) ৰ পৰা প্ৰতিটো বাশিৰ বিচ্ছুৰণ নিৰ্ণয় কৰা $(X - \bar{X})$ ।
- বিচ্ছুৰণক বৰ্গ কৰি ইবোৰৰ যোগফল নিৰ্ণয় কৰা $(\sum x^2)$ ।
- এই যোগফল $(\sum x^2)$ ক মুঠ আবেক্ষণৰ দ্বাৰা হৰণ কৰা $\frac{\sum x^2}{N}$
- হৰণফল $\left(\frac{\sum x^2}{N}\right)$ ৰ বৰ্গমূল নিৰ্ণয় কৰা।

অৰ্থাৎ মানক বিচলন $\sigma = \sqrt{\frac{\sum x^2}{N}}$ $N =$ মুঠ আবেক্ষণ $x = (X - \bar{X})$

যদি মুঠ আবেক্ষণ ৩০তকৈ কম হয়, তেন্তে $\sigma = \sqrt{\frac{\sum x^2}{N-1}}$ হ'ব।

উদাহৰণ 1 : তলৰ তথ্যখিনিৰ পৰা মানক বিচলন নিৰ্ণয় কৰা।

5, 10, 13, 17, 13, 6, 9, 12

সমাধান : প্ৰথমে \bar{X} নিৰ্ণয় কৰা। $\bar{X} = \frac{72}{9} = 8$

বাশিসমূহ	$X - \bar{X}$	x	x^2
5	5-8	-3	9
10	10-8	2	4
13	13-8	5	25
15	15-8	7	49
3	3-8	-5	25
6	6-8	-2	4
9	9-8	1	1
11	11-8	3	9
$\sum X = 72$			$\sum x^2 = 126$

আমি জানো যে,

$$\begin{aligned} \sigma &= \sqrt{\frac{\sum x^2}{N-1}} \quad (\text{যিহেতু } N \text{ 30তকৈ সৰু বা কম}) \\ &= \sqrt{\frac{126}{8-1}} \\ &= \sqrt{\frac{126}{7}} \\ &= \sqrt{18} \\ &= 4.24 \end{aligned}$$

উদাহৰণ 2 : 15টা বৌ মাছৰ ওজন তলত উল্লেখ কৰা হৈছে। ইয়াৰ পৰা দেহৰ ওজনৰ গড় আৰু মানক বিচলন নিৰ্ণয় কৰা।

GU, B.Sc. (G), 2004

দেহৰ ওজন (গ্ৰামত)				
3525	4710	2945	4207	3659
3872	3093	3315	4319	3724
4152	3280	3465	4540	4070

সমাধান : আমি জানো যে—

$$\text{গড় } \bar{X} = \frac{\sum X}{N} = \frac{56876}{15} = 3791.73$$

ওজন (গ্ৰামত)	$X - \bar{X} = x$	x	x^2
3525	3525-3791.73	-266.73	71144.89
4710	4710-3791.73	918.27	843219.79
2945	2945-3791.73	-846.73	716951.69
4207	4207-3791.73	415.27	172449.17
3659	3659-3791.73	-132.73	17617.25
3872	3872-3791.73	80.27	6443.27
3093	3093-3791.73	-698.73	488223.61
3315	3315-3791.73	-476.73	227271.49
4319	4319-3791.73	527.27	278013.65
3724	3724-3791.73	-67.73	4587.35
4152	4152-3791.73	360.27	129794.47
3280	3280-3791.73	-511.73	261867.59
3465	3465-3791.73	-326.73	106752.49
4540	4540-3791.73	748.27	559907.99
4070	4070-3791.73	278.27	77434.19
$\sum X = 56876$			$\sum x^2 = 3961678.89$

আমি জানো যে

$$\text{মানৰ বিচলন } (\sigma) = \sqrt{\frac{\sum x^2}{N-1}} \quad (\because N > 30)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{3961678.89}{14}}$$

$$\text{মানক বিচলন } (\sigma) = \sqrt{282977.06} \\ = 531.96$$

উদাহৰণ 3 : 20 ডাল সাপৰ দেহৰ দৈৰ্ঘ্য তলত উল্লেখ কৰা হৈছে। ইয়াৰ পৰা দৈৰ্ঘ্যৰ গড় আৰু মানক বিচলন নিৰ্ণয় কৰা।

দেহৰ দৈৰ্ঘ্য (ছেণ্টিমিটাৰত)				
155	187	152	136	148
182	142	175	120	190
157	110	135	170	140
145	122	166	195	155

সমাধান : প্ৰথমে \bar{X} অৰ্থাৎ গড় নিৰ্ণয় কৰা হওঁক— $\bar{X} = \frac{\sum x}{N} = \frac{3082}{20} = 154.1$

দেহৰ দৈৰ্ঘ্য (x)	$X - \bar{X} = x$	x	x^2
155	155-154.1	0.9	0.81
187	187-154.1	32.9	1082.41
152	152-154.1	-2.1	4.41
136	136-154.1	-18.1	327.61
148	148-154.1	-6.1	37.21
182	182-154.1	27.9	778.41
142	142-154.1	-12.1	146.41
175	175-154.1	20.9	436.81
120	120-154.1	-34.1	1162.81
190	190-154.1	35.9	1288.81
157	157-154.1	2.9	8.41
110	110-154.1	-44.1	1944.81
135	135-154.1	-19.1	364.81
170	170-154.1	15.9	252.81
140	140-154.1	-14.1	198.81
145	145-154.1	-9.1	82.81
122	122-154.1	-32.1	1030.41
166	166-154.1	11.9	141.61
195	195-154.1	40.9	1672.81
155	155-154.1	0.9	0.81
$\sum X = 3082$			$\sum x^2 = 10963.8$

আমি জানো যে,

$$\begin{aligned} \text{গড় বিচলন } (\sigma) &= \sqrt{\frac{\sum x^2}{N-1}} \quad (\because N < 30) \\ &= \sqrt{\frac{10963.8}{20-1}} = \sqrt{\frac{10963.8}{19}} \\ &= \sqrt{577.04} = 24.02 \end{aligned}$$

প্ৰত্যক্ষ পদ্ধতি :

প্ৰত্যক্ষভাৱে মানক বিচলন নিৰ্ণয়ৰ বাবে তলৰ সূত্ৰটো ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰি—

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum x^2}{N} - \left(\frac{\sum x}{N}\right)^2}$$

উদাহৰণ 4 : 16টা বৌমাছৰ দেহৰ ওজন তলত উল্লেখ কৰা হৈছে। ইয়াৰ পৰা ওজনৰ গড় আৰু মানক বিচলন নিৰ্ণয় কৰা।

দেহৰ ওজন (গ্ৰামত)			
1015	990	1020	980
1035	1050	1000	995
1020	985	1025	1040
1005	1030	1045	1010

সমাধান :

দেহৰ ওজন (x)	x^2
1015	1030225
990	980100
1020	1040400
980	960400
1035	1071225
1050	1102500
1000	1000000
995	990025
1020	1040400
985	970225
1025	1050625
1040	1081600
1005	1010025
1030	1060900
1045	1092025
1010	1020100
$\sum X = 16245$	$\sum x^2 = 16500775$

আমি জানে যে—

$$\begin{aligned}
 (\sigma) &= \sqrt{\frac{\sum x^2}{N} - \left(\frac{\sum x}{N}\right)^2} \\
 &= \sqrt{\frac{16500775}{16} - \left(\frac{16245}{16}\right)^2} \\
 &= \sqrt{1031298.44 - 1030854.39} \\
 &= \sqrt{444.05} = 21.07
 \end{aligned}$$

সৰ্বক্ষপ্ত পদ্ধতি :

যদি গাণিতিক মাপ্য ভগ্নাংশ বা দশমিকত আছে, তেনে ক্ষেত্ৰত ইয়াৰ পৰা বিচ্ছৰণ নিৰ্ণয় কৰাটো কঠিন হয়। গতিকে এই কঠিনতা দূৰ কৰাৰ বাবে আৰু সময় বচাবলৈ এটা কল্পিত গড় (assumed mean) লৈ ইয়াৰ পৰা বিচ্ছৰণ নিৰ্ণয়

কৰা হয়।

- (১) প্ৰথমে শ্ৰেণীটোৰ যিকোনো এটা বাৰ্ষিক কল্পিত গড় হিচাপে ধৰা হয় (A)।
- (২) এই গড় (A)ৰ পৰা বিচ্ছুৰণ বা পাৰ্থক্যবোৰ নিৰ্ণয় কৰা ($d = X - A$)
- (৩) এতিয়া বিচ্ছুৰণবোৰৰ মুঠ নিৰ্ণয় কৰা ($\sum d$)
- (৪) আকৌ বিচ্ছুৰণবোৰৰ প্ৰত্যেকৰে বৰ্গ নিৰ্ণয় কৰি এইবোৰৰ যোগফল নিৰ্ণয় কৰা ($\sum d^2$)
- (৫) গতিকে মান বিচলন হ'ব—

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{N} - \left(\frac{\sum d}{N}\right)^2}$$

উদাহৰণ ৫ : তলৰ তালিকাখনত ১০ জন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ জীৱ বিজ্ঞান বিষয়ত প্ৰাপ্ত নম্বৰ দিয়া হৈছে। তথ্যখিনিৰ পৰা মানক বিচলন নিৰ্ণয় কৰা।

বোল নং	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
প্ৰাপ্ত নম্বৰ	46	53	42	74	51	67	32	40	70	45

সমাধান : প্ৰথমে কল্পিত গড় (A) = ৫০ ধৰা হ'ল।

বোল নং	প্ৰাপ্ত নম্বৰ (x)	$d = X - A$	d^2
1	46	-4	16
2	53	3	9
3	42	-8	64
4	74	24	576
5	51	1	1
6	67	17	289
7	32	-18	324
8	40	-10	100
10	45	-5	25
N = 10		$\sum d = 20$	$\sum d^2 = 1804$

আমি জানো যে—

$$\text{মানক বিচলন } (\sigma) = \sqrt{\frac{\sum d^2}{N} - \left(\frac{\sum d}{N}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1804}{10} - \left(\frac{20}{10}\right)^2}$$

$$= \sqrt{180.4 - 4.0}$$

$$= \sqrt{176.4} = 13.28$$

(খ) বিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত
নিৰ্ণয় পদ্ধতি :

- (১) শ্ৰেণীটোৰ মাধ্য নিৰ্ণয় কৰা (\bar{X})
- (২) মাধ্যৰ পৰা প্ৰতিটো বাৰিৰ বিচ্ছুৰণ নিৰ্ণয় কৰা ($X - \bar{X} = d$)
- (৩) এতিয়া প্ৰতিটো বিচ্ছুৰণৰ (d) বৰ্গ কৰি তাৰ বিপৰীতে থকা বাৰংবাৰতা পূৰণ কৰা (fd^2)
- (৪) পূৰণফল (fd^2) সমূহ যোগ কৰা ($\sum fd^2$)
- (৫) গতিকে মানক বিচলন হ'ব— $\sigma = \sqrt{\frac{\sum fd^2}{N}}$

উদাহৰণ 6 : তলৰ তথ্যখিনিৰ পৰা মানক বিচলন নিৰ্ণয় কৰা।

জোতাৰ আকাৰ	4	5	6	7	8	9
সংখ্যা	15	25	30	36	21	08

সমাধান :

জোতাৰ আকাৰ (X)	সংখ্যা (f)	fX	$d = X - \bar{X}$ $= X - 6.35$	d^2	fd^2
4	15	60	-2.35	5.52	82.8
5	25	125	-1.35	1.82	45.5
6	30	180	-0.35	0.12	3.6
7	36	252	0.65	0.42	15.12
8	21	168	1.65	2.72	57.12
9	08	72	2.65	7.02	56.16
$\sum X = 39$	$\sum f = 135$	$\sum fX = 857$			$\sum fd^2 = 260.38$

$$N = 135$$

$$\text{মাধ্য } (\bar{X}) = \frac{\sum fX}{N} = \frac{857}{135}$$

$$\bar{X} = 6.35$$

আমি জানো যে

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fd^2}{N}}$$

$$= \sqrt{\frac{260.38}{135}} = \sqrt{1.93} = 1.38$$

$$\therefore \sigma = 1.38$$